MATEMÁTICA

INSTITUTO TÉCNICO Y ORIENTADO

PAULA ALBARRACÍN DE SARMIENTO

Ingreso 2025

Profesores: Micaela Ferreyra y Ariel Romero

Nombre y Apellido: ______________________________

Números Naturales - Operaciones

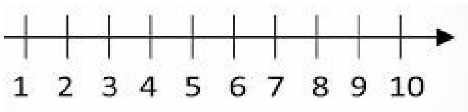
Clase N°1:

Los números naturales son los que desde épocas muy antiguas emplearon los hombres para contar y constituyen una de las primeras creaciones humanas que se asocian al conocimiento matemático. Para referirnos a todos los números naturales, se usa el símbolo N.

El conjunto de los números naturales es:

$$N = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5 ...\}$$

Una representación de los números naturales muy utilizada es ubicarlos en la recta numérica. Los números naturales están de menor a mayor y la distancia entre ellos es la misma



.

Operaciones combinadas: orden de las operaciones

Si al realizar un cálculo aparecen varias operaciones se resuelve:

a) Las operaciones entre paréntesis ( ), corchetes [ ] o llaves { }.
b) Las potencias y raíces.
c) Las multiplicación y divisiones.
d) Las sumas y restas.

Veamos el siguiente ejemplo: resolver la siguiente operación combinada.

$$3.\ (2 + 3\ .\ 4) - 25 : (1 + 4) =$$

Identificamos los términos. (Los signos + y – separan en términos)

$$= 3.(2 + 12) - 25 : 5 =$$

Resolvemos los paréntesis

$$= 3\ .\ 14 - 5 =$$

Resolvemos multiplicaciones y divisiones

$$= 42 - 5 =$$

Por último, resolvemos sumas y restas

$$= 37$$

Actividad 1: Resolver los siguientes cálculos combinados

a) $17 + 148:4 - 49 =$

b) $8 . 42 - 19 . 7 + 73 =$

c) $138 : 6 + (60 : 5 - 1) . 7 - 264 : 3 =$

d) $(112 : 7 + 9): 5 + 152 : (14 : 2 + 1) =$

e) $13 . (5 + 1) - 352 : 11 - 972 : 4 : 9 =$

f) $169 : (42 : 6 + 6) + (378 : 9 - 37) . 19 =$

g) $38 . 6 : 3 + (9 + 11 . 6) : 5 - 234 : 13 =$

h) $(4 + 6 . 8) : 4 + (207 : 9 + 180 : 15) . 3 + 118 =$

i) $(24 - 4) : 5 + 3 . 4 : 6 - (9 + 1) : 2 =$

j) $25 : 5 + (3 + 2) . 4 + 16 : 2 =$

k) $(12 + 8 + 4) : 4 + (12 - 4) . 3 + (25 + 7) : (6 - 4) =$

l) $14 : (9 - 2) + 6 + 8 : 8 - (15 - 5) : 2 =$

m) $25 + 3 . (15 + 24) - 2 . (5 + 1) + 3 =$

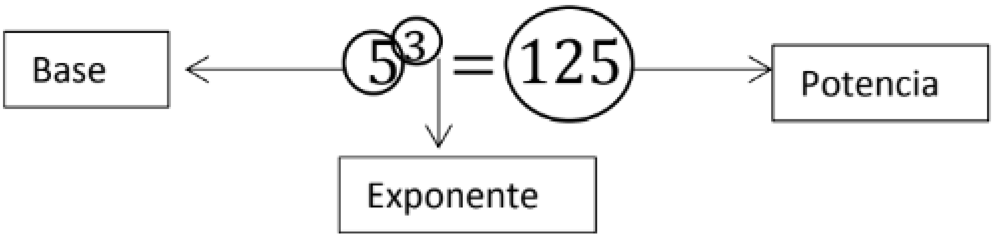
n) $8 . 3 : 4 : (10 : 2 - 4) + 20 =$

o) $4 . (9 - 3) + 5 . (12 - 7) =$

Potenciación

La potenciación es una operación que permite escribir en forma abreviada una multiplicación de factores iguales.

Elementos de la potencia



En la potencia 5^3 distinguimos la base, que es el 5 y el exponente, que es el 3. En este caso $5^3 = 5 . 5 . 5 = 125$

La base 5 es el número que se repite en la multiplicación y el exponente 3 es el número de veces que se multiplica.

Si el exponente es 0, la potencia es 1. Ejemplo: $1^0 = 1 \quad 18^0 = 1 \quad 974^0 = 1$

Si el exponente es 1, la potencia es igual a la base. Ejemplo: $4^1 = 4 \quad 57^1 = 57$

Si el exponente es 2, se lee: **“al cuadrado”.**

Si el exponente es 3, se lee: **“al cubo”.**

Si el exponente es 4, se lee: **“a la cuarta”; si el exponente es 5,** se lee **“a la quinta” y así sucesivamente.**

A continuación podrá ver un video relacionado con esta operación:
https://www.youtube.com/watch?v=0Ar_cCF1G1M

Actividad 2: Completen:

a) 2^3 = ____________=________. “Leemos dos al cubo”

b) 5^2 = ____________=________. “Leemos cinco al cuadrado”

c) 3^5 = ____________=________. “Leemos tres a la quinta”

d) 7^1 = ____________=________. “Leemos siete a la uno”

e) 4^0 = ____________=________. “Leemos cuatro a la cero”

f) 0^4 = ____________=________. “Leemos cero a la cuarta”

g) 1^6 = ____________=________. “Leemos uno a la sexta”

Actividad 3: Completar la tabla reemplazando

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$	b^3
2	3					
4	6					

Actividad 4: Completen

a) $3^{\_} = 81$

b) $.....^{1} = 9$

c) $....^{0} = 1$

d) $10^{\_} = 1000$

e) $....^{5} = 32$

f) $7^{\_} = 49$

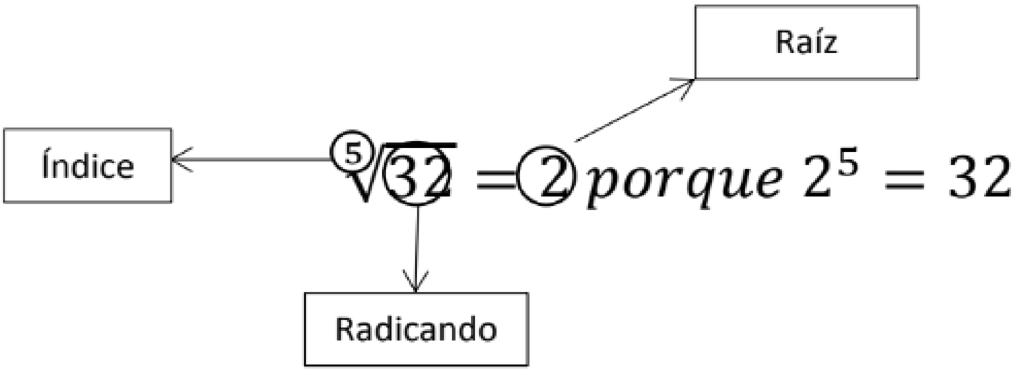
g) $5^{3} =.......$

h) $....^{2} = 225$

Radicación

Es la operación inversa a la potenciación.

<u>Elementos de la radicación</u>



Para hallar la $\sqrt[5]{32}$ (se lee: **raíz quinta de 32**), buscamos qué número natural elevado a la quinta de 32. Entonces podemos ver que $\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$

Para hallar $\sqrt{49}$ (se lee: **raíz cuadrada de 49**), buscamos qué número natural elevado al cuadrado da 49. Entonces podemos ver que $\sqrt{49} = 7$ porque $7^2 = 49$

Para hallar $\sqrt[3]{8}$ (se lee: **raíz cúbica de 8**), buscamos qué número natural elevado al cubo da 8. Entonces podemos ver que $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

A continuación podrá ver un video relacionado con esta operación:
https://www.youtube.com/watch?v=0Ar_cCF1G1M

<u>Actividad 5</u>: Calcular las siguientes raíces.

a) $\sqrt{64} =$ d) $\sqrt{196} =$ g) $\sqrt{400} =$

b) $\sqrt[3]{8} =$ e) $\sqrt[5]{32} =$ h) $\sqrt[4]{625} =$

c) $\sqrt[3]{64} =$ f) $\sqrt[3]{1000} =$ i) $\sqrt[6]{64} =$

<u>Actividad 6:</u> Resolver las operaciones dentro de la raíz y después calcularla.

a) $\sqrt{8 \,.\, 5 + 3^2} =$ c) $\sqrt{12^2 + 5^2} =$ e) $\sqrt[4]{11^2 - 5 \,.\, 2^3} =$

b) $\sqrt[3]{7^2 + 3 \,.\, 5} =$ d) $\sqrt[3]{10^2 + 5^2} =$ f) $\sqrt{6^3 + 7^2 - 3^2} =$

Analicemos el siguiente ejemplo con varias operaciones:

$\sqrt{5^2 + 12 . 3 + 3} - (15 : 3 - 3)^2 + 144 : 12 =$

$\sqrt{25 + 12 . 3 + 3} - (15 : 3 - 3)^2 + 144 : 12 =$

$\sqrt{25 + 36 + 3} - (5 - 3)^2 + 144 : 12 =$

$\sqrt{64} - 2^2 + 12 =$

$8 - 4 + 12 =$

$= 16$

1. Se separan los términos.
2. Se resuelven las operaciones que hay en el radicando y en la base de la potencia respetando la jerarquía.
3. Se resuelven las potencias y raíces.
4. Se resuelven las sumas y restas.

<u>Actividad 7:</u> Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $(3 + 7)^2 : \sqrt[3]{125} + \left(7 . 4 - 2^3\right) : 2^2 + 30 : 6 =$

b) $\sqrt{13 . 2 - 1} + 6^2 : 2^2 . 3 - 12 + \sqrt{324} : 3^2 =$

c) $\left((2 . 3 - 3) . 4 + \sqrt[3]{8}\right) : 7 + \left(2^3 - 5\right) . \sqrt{225} =$

d) $(5 - 3)^5 : 2^2 + (12 - 5 . 2) . 7 - \sqrt{12 : 4 + 7^0} =$

e) $\sqrt{3 . 17 - 2} + \left(3^4 - 8^0\right) : 2^4 - \sqrt{144} =$

f) $(39 : 3 + 7) : 2^2 + \sqrt{10^2 + 5^2 + 11 . 2^2} =$

g) $\sqrt{18 - (8 . 2 - 3 . 2) + 7^0} + 3^3 - 40 : 8 . 3 =$

h) $\left(7^3 + 2\right) : 15 - \sqrt{2 . \left(6^3 - 2^4\right)} =$

i) $36 : (9 + 3) + 3 . 8 - (2^0 + 6) =$

j) $(3 + 7)^2 : \sqrt[3]{125} + (7 . 4 - 2^3) : 2^2 + 30 : 6 =$

k) $\sqrt[3]{1000} : 2 + 3^2 + (24 - 3) : 7 =$

l) $\sqrt{100} + \sqrt{25} : \left(2^2 + 5^0\right) - 1^4 =$

m) $\sqrt{9 + 4^2} + \left(36 : 9 - 8^0\right)^2 =$

Actividad 8: Resolver los siguientes problemas.

a) En una billetera hay 3 billetes de $2000, también 5 billetes de $10000 y 4 billetes de $500. ¿Cuánto dinero hay en total en esa billetera? Si saco un billete de cada valor ¿cuantos pesos saque y cuánto dinero queda en esa billetera?

b) Martin,Dario y Sebastian fueron al dique; Martin pesco 4 pejerreyes, Sebastian pesco el doble que Martin y Dario devolvió al agua 5 de esos pescados ¿que cantidad de pejerreyes quedaron fuera del agua?

c) Para una obra de teatro se tienen 330 sillas. Si las colocan en filas de 15, ¿cuántas filas se pueden armar?

d) En un evento se vendieron 4 rifas por $2600. Si se recolectaron $19500 ¿Cuántas rifas se vendieron?

e) En un edificio hay siete balcones, en cada balcón hay siete macetas, en cada maceta hay siete flores y en cada flor hay siete abejas. ¿Cuántas abejas hay en todo el edificio?

f) La granja del pueblo vende huevos de gallina en cajas de una docena.

   1. ¿Cuántas cajas podrían poner hoy a la venta si disponen de 876 huevos? Mostrar como lo averiguas.
   2. Por error, la distribuidora acaba de entregarles envases que almacenan 30 huevos. ¿Cuántos envases armarían ?¿Cuántos huevos quedaron sueltos?
   3. ¿Cuántos huevos harían falta para completar otra caja más?

Ecuaciones

Clase N°2:

Lenguaje coloquial y simbólico

El **lenguaje coloquial** es lo que se dice con palabras, ya sea en forma oral o escrito y eso que se dice con palabras se traduce en **lenguaje simbólico** utilizando números, operaciones y letras.

LENGUAJE COLOQUIAL	LENGUAJE SIMBÓLICO
Un número cualquiera	x
El doble de un número, el triple de un número, el cuádruple de un número, el quíntuple de un número, etc.	$2x;\ 3x;\ 4x\ ;\ 5x\ ;\ etc.$
La mitad de un número	$y : 2$
La tercera parte de un número, la cuarta parte de un número, la quinta parte de un número, etc.	$x : 3\ ;\ x : 4\ ;\ x : 5\ ;\ etc.$
El siguiente de un número/El consecutivo de un número	$z + 1$
El doble del siguiente de un número/ El doble del consecutivo de un número	$2\ .\ (w + 1)$
El siguiente del doble de un número	$2\ .\ t + 1$
El anterior de un número	$p - 1$
El doble del anterior de un número	$2\ .\ (q - 1)$
El anterior del doble de un número	$2.\ b - 1$
Diferencia, disminuido	$-$
Adición, aumentar	$+$
Producto	$.$
Cociente	$:$
El cuadrado de un número, el cubo de un número	$x^2;\ x^3$
La raíz cuadrada de un número, la raíz cúbica de un número, la raíz cuarta, etc.	$\sqrt{w};\ \sqrt[3]{w}$
Da como resultado, es igual	$=$

Actividad 1: Pasar a lenguaje simbólico.

a) El séxtuple de un número ____.

b) La mitad de la suma entre un número y otro __________________________.

c) El doble de un número aumentado 4 unidades ________________________.

d) El quíntuple de la diferencia entre un número y dos ____________________.

e) La tercera parte de un número _____________________________________.

f) El producto entre un número y su consecutivo _________________________.

g) El triple del consecutivo de un número ______________________________.

h) El cuádruple de la suma entre un número y ocho _______________________.

i) La raíz cuadrada de un número ____________________________________.

j) La raíz cúbica de la diferencia entre un número y cuatro __________________.

Analicemos el siguiente ejemplo para resolver una ecuación:

Una ecuación es una igualdad en donde hay un valor desconocido, llamado incógnita (se representa con la letra x). Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita que verifica la igualdad.

$$\underbrace{3x + 3}_{\boxed{1°\text{miembro}}} = \underbrace{2x + 6}_{\boxed{2°\text{miembro}}}$$

Si entre un número y la letra no se indica la operación, se entiende que hay un signo de multiplicar. Ejemplo $3.x = 3x$

Matemáticamente lo que corresponde para resolver una ecuación es aplicar la propiedad uniforme, pero a continuación mostramos una forma práctica de aprender a resolver ecuaciones:

- Cuando un término está SUMANDO en un miembro, pasa al otro miembro RESTANDO.
- Cuando un término está RESTANDO en un miembro, pasa al otro miembro SUMANDO.

- Cuando un término está MULTIPLICANDO en un miembro, pasa al otro miembro DIVIDIENDO a todo el miembro.
- Cuando un término está DIVIDIENDO en un miembro, pasa al otro miembro MULTIPLICANDO a todo el miembro.

Los términos pueden pasar del miembro de la izquierda al de la derecha o viceversa.

Actividad 2: Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $y + 4y = 7 + 13$

b) $2 + 7x - 3x = 18$

c) $9 + 5z - 4 + z = 23$

d) $10w - 5 - 2w = 9 + 5w + 7$

e) $7b - 8 + 2b = 4b + 17$

f) $10c + 15 + 4 = 37 + 4c$

Actividad 3: Plantear la ecuación y resolver

a) Si al doble de un número se le suman nueve, se obtiene la mitad de cincuenta. ¿De qué número se trata?

b) Si a la tercera parte del dinero que tengo le sumo veinticuatro, obtengo cien. ¿Cuánto dinero tengo?

c) Si al triple de un número se le suma el cubo de dos, se obtiene el anterior de treinta. ¿Cuál es el número?

d) Si a la cuarta parte de la edad de Cristina le resto uno, obtengo diez. ¿Qué edad tiene Cristina?

e) El triple de la diferencia entre un número y seis es veintisiete. ¿De qué número se trata?

f) Si el triple del anterior de un número es igual al doble de su siguiente, ¿qué número cumple esa condición?

Ecuaciones con Propiedad Distributiva

Clase N°3:

Veamos el siguiente ejemplo:

$$
\begin{aligned}
&3.(2x+4)-2.5=114:3\\
&3.2x+3.4-10=38\\
&6x+12-10=38\\
&6x=38-12+10\\
&x=36:6\\
&x=6
\end{aligned}
$$

Actividad 1: Resolver las ecuaciones

a) $6\,.\,(w-2)=12$

b) $4\,.\,(x-3)=2\,.\,(x+6)$

c) $2(a-4)=x+7$

d) $(r+2)\,.\,6=2(10+x)$

e) $(35b-50):5=2x+15$

f) $3+2q=\sqrt{25-16}$

g) $p.(4+5^{0})=5^{3}$

h) $\sqrt{25}+y:2=20:4$

i) $\sqrt[5]{32}.t-67=10-1^{10}$

j) $z:6-9.8=\sqrt{400}+2$

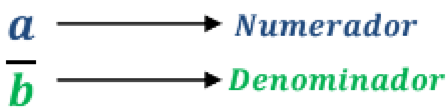
k) $3^{3}.z+3(z-1)-7=2z+10$

Números Racionales

Clase N° 4:

Fracciones

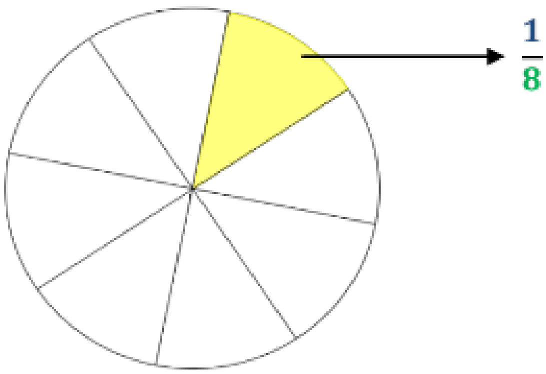
Una forma de escribir a los números racionales es usando fracciones. La fracción es un cociente (división) entre dos números enteros a y b, con b ≠ 0 (b distinto de cero). Las fracciones se expresan de la siguiente manera:

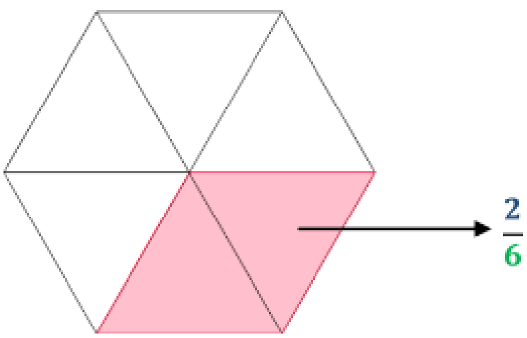


En una fracción, el **Denominador** indica el número de partes iguales en que se divide el entero; y el **Numerador** cuántas de esas partes se deben considerar.

Por ejemplo, la fracción $\frac{1}{8}$, que se lee, un octavo, podría representar una porción de pizza, ya que está partida en 8 partes iguales y tenemos una porción.

Veamos el ejemplo anterior de manera gráfica:



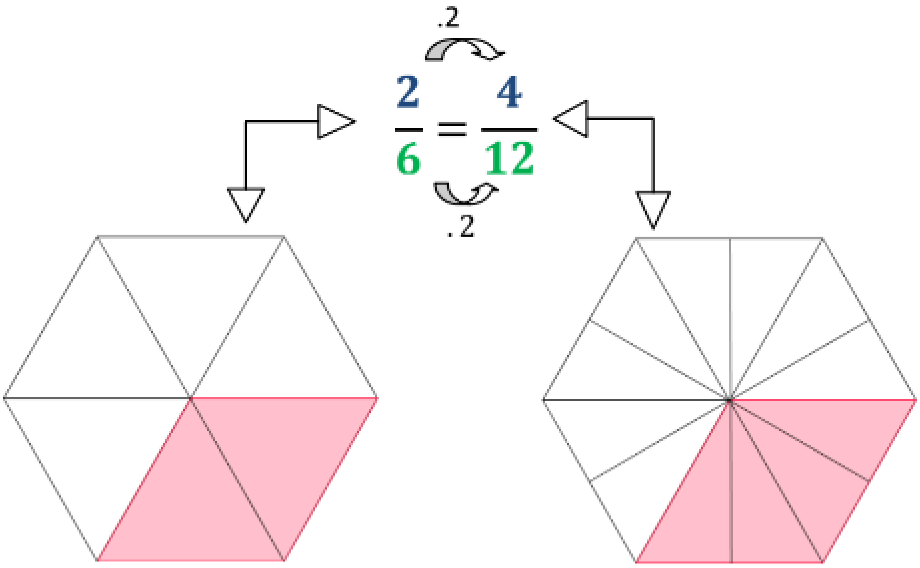


En este otro ejemplo, la figura esta partida en 6 partes iguales, y de las 6 partes tomamos 2.

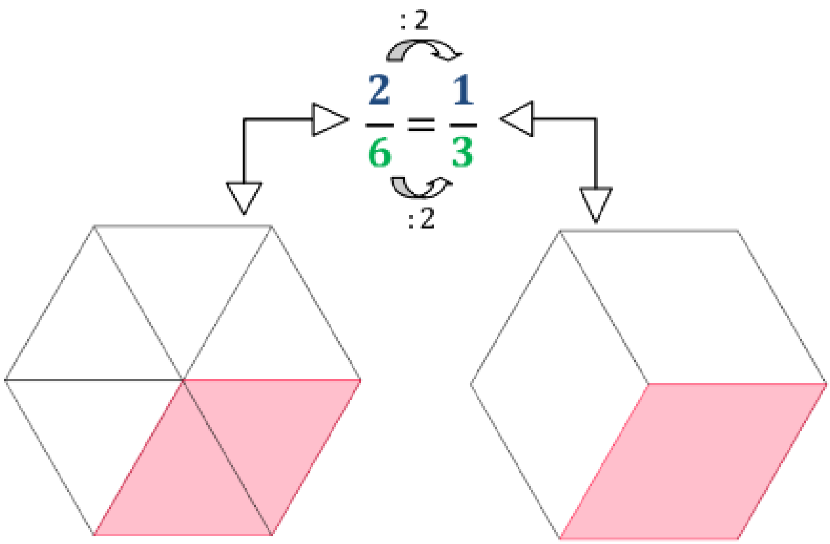
Fracciones equivalentes

Las fracciones equivalentes son las que representan la misma parte del entero y se obtienen mediante:

- **Amplificación:** Se multiplica el numerador y el denominador de una fracción por un <u>mismo</u> número natural distinto de cero.



- **Simplificación:** Se divide el numerador y el denominador de una fracción por un <u>mismo</u> número natural distinto de cero.



Fracción Irreducible

Una fracción es irreducible cuando no existe ningún número natural distinto de 1 por el que se pueda dividir el numerador y el denominador, y en esos casos diremos que NO se puede simplificar. En el ejemplo anterior podemos ver que $\frac{1}{3}$ es una fracción irreducible.

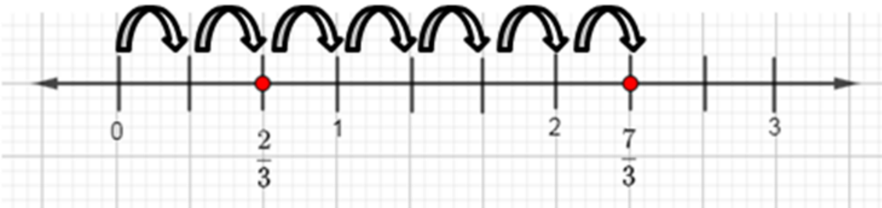
Ahora, a partir de una fracción dada, vamos a buscar la fracción irreducible mediante la Simplificación.

$$\frac{180}{210} \overset{:10}{=} \frac{18}{21} \overset{:3}{=} \frac{6}{7} \longrightarrow \textit{Fracción Irreducible}$$

Representación en la recta numérica

Para representar fracciones en la recta numérica, se divide cada unidad de la recta en tantas partes como indica el denominador y se toman tantas partes como indica el numerador.

Por ejemplo, representar $\frac{7}{3}$ y $\frac{2}{3}$ en la recta numérica.

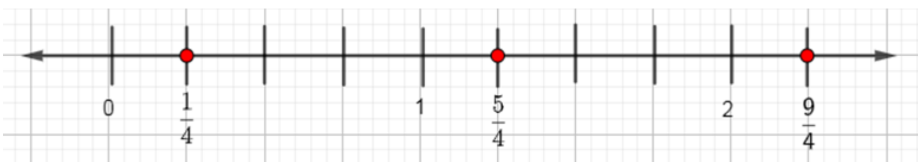


Como el denominador de la fracción es 3, se divide cada unidad de la recta en tres partes iguales; y como el numerador es 7, se toman 7 de esas partes.

A continuación mostraremos cómo graficar varias fracciones en una misma recta, distinguiendo dos casos posibles:

- **Fracciones con el mismo denominador:** En este caso todas las fracciones tienen el mismo denominador, el cual luego será usado para dividir en partes iguales cada unidad de la recta numérica.
  Por ejemplo, representar en la recta numérica las siguientes fracciones:

$$\frac{9}{4}, \frac{5}{4}, \frac{1}{4}$$



- **Fracciones con distinto denominador:** En este caso NO todas las fracciones tienen el mismo denominador, entonces lo que vamos a hacer es buscar un denominador común utilizando fracciones equivalentes. Cuando todas las fracciones tengan el mismo denominador, se procede igual que en el caso anterior.

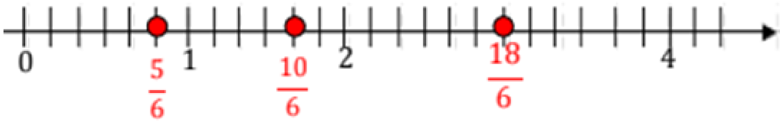
  Por ejemplo, representar en la recta numérica las siguientes fracciones:

$$\frac{25}{30}, \frac{33}{11}, \frac{10}{6}$$

$$\frac{25}{30} \overset{:5}{=} \frac{5}{6} \qquad \frac{33}{11} \overset{:11}{=} \frac{3}{1} \overset{.6}{=} \frac{18}{6}$$

Luego de dejar todas las fracciones con el mismo denominador, podemos proceder a ubicarlas en la recta numérica.

$$\frac{5}{6}, \frac{18}{6}, \frac{10}{6}$$



Comparación entre Fracciones

- Si dos fracciones tienen igual denominador, es mayor la de mayor numerador.

$$\frac{10}{3} > \frac{4}{3}$$

Ambas fracciones
tienen denominador 3
y 10 es mayor que 4.

- Si tienen distinto denominador, se buscan fracciones equivalentes de igual denominador.

  Por ejemplo vamos a comparar $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{3}$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{5} \overset{.3}{=} \frac{9}{15} \\ \frac{2}{3} \overset{.5}{=} \frac{10}{15} \end{array}\right\} \frac{9}{15} < \frac{10}{15} \Longrightarrow \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

Adición y sustracción entre números fraccionarios

Para sumar o restar fracciones vamos a tener en cuenta lo siguiente:

- Si los **denominadores son iguales**, se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador. Por ejemplo:

a) $\frac{7}{5}+\frac{1}{5}=$

$=\frac{7+1}{5}$

$=\frac{8}{5}$

b) $\frac{25}{9}-\frac{17}{9}=$

$=\frac{25-17}{9}$

$=\frac{8}{9}$

c) $\frac{9}{13}+\frac{7}{13}-\frac{5}{13}=$

$=\frac{9+7-5}{13}$

$=\frac{11}{13}$

- Si los **denominadores son distintos**, se buscan fracciones equivalentes de igual denominador y de esta manera volvemos al caso anterior.

a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=$

$=\frac{8}{12}+\frac{15}{12} \rightarrow$ Fracciones equivalente obtenidas por amplificación

$=\frac{8+15}{12}$

$=\frac{23}{12}$

b) $\frac{15}{6}-\frac{26}{24}=$

$=\frac{60}{24}-\frac{26}{24} \leftarrow$ Fracciones equivalente obtenidas por amplificación

$=\frac{60-26}{24}$

$=\frac{\cancel{34}^{17}}{\cancel{24}_{12}} \rightarrow$ Simplificar el resultado final siempre que sea posible

$=\frac{17}{12}$

c) $\frac{48}{36}-\frac{5}{6}+\frac{42}{54}=$

$=\frac{24}{18}-\frac{15}{18}+\frac{14}{18} \rightarrow$ Fracciones equivalente obtenidas por amplificación y simplificación

$=\frac{24-15+14}{18}$

$=\frac{23}{18}$

Producto entre números fraccionarios

Para multiplicar dos o más fracciones, se multiplican los numeradores y los denominadores entre sí. Al multiplicar fracciones es posible simplificar cualquier numerador con cualquier denominador antes de resolver, o bien, simplificar el resultado hasta obtener una fracción irreducible.

Miremos el siguiente ejemplo:

a) $$\frac{25}{24}\cdot\frac{18}{35}=\frac{\cancel{25}^{5}\cdot\cancel{18}^{3}}{\cancel{24}_{4}\cdot\cancel{35}_{7}}=\frac{5.3}{4.7}=\frac{15}{28}$$

b) $$\frac{15}{32}\cdot\frac{56}{9}=\frac{\cancel{15}^{5}\cdot\cancel{56}^{7}}{\cancel{32}_{4}\cdot\cancel{9}_{3}}=\frac{5.7}{4.3}=\frac{35}{12}$$

c) $$\frac{4}{35}\cdot\frac{5}{18}\cdot\frac{21}{6}=\frac{\cancel{4}^{2}\cdot\cancel{5}^{1}\cdot\cancel{21}^{7}}{\cancel{35}_{7}\cdot\cancel{18}_{6}\cdot\cancel{6}_{3}}=\frac{\cancel{2}^{1}.1.\cancel{7}^{1}}{\cancel{7}_{1}.\cancel{6}_{3}.3}=\frac{1.1.1}{1.3.3}=\frac{1}{9}$$

En el caso que uno de los factores sea un número entero, consideramos que el denominador es igual a uno.

a) $$3.\frac{2}{5}=\frac{3}{1}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3.2}{1.5}=\frac{6}{5}$$

b) $$4.\frac{3}{7}=\frac{4}{1}\cdot\frac{3}{7}=\frac{4.3}{1.7}=\frac{12}{7}$$

Cociente entre números fraccionarios

Para dividir dos fracciones, hay que multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. El inverso multiplicativo se obtiene invirtiendo el numerador y el denominador de una fracción.

Por ejemplo:

a) $\dfrac{32}{5} : \dfrac{8}{15} =$

$= \dfrac{{}^{4}\cancel{32}}{{}_{1}\cancel{5}} \cdot \dfrac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{8}_{1}}$

$= \dfrac{4.3}{1.1}$

$= \dfrac{12}{1}$

$= 12$

b) $\dfrac{5}{3} : \dfrac{7}{2} =$

$= \dfrac{5}{3} \cdot \dfrac{2}{7}$

$= \dfrac{5.\,2}{3.7}$

$= \dfrac{10}{21}$

<u>Actividad 1:</u> Simplificar hasta llegar a la fracción irreducible.

a) $\frac{50}{100} = \frac{\ }{\ }$

b) $\frac{86}{22} = \frac{\ }{\ }$

c) $\frac{77}{121} = \frac{\ }{\ }$

d) $\frac{2352}{252} = \frac{\ }{\ }$

e) $\frac{28}{32} = \frac{\ }{\ }$

f) $\frac{24}{108} = \frac{\ }{\ }$

g) $\frac{60}{90} = \frac{\ }{\ }$

h) $\frac{72}{48} = \frac{\ }{\ }$

i) $\frac{700}{40} = \frac{\ }{\ }$

<u>Actividad 2:</u> Representar en una misma recta numérica.

$$\frac{3}{6}\ ;\ \frac{4}{3}\ ;\ \frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{6}\ ;\ \frac{5}{3}$$

<u>Actividad 3:</u> Comparar con >, < o = , utilizando fracciones equivalentes.

a) $\frac{2}{4}$ .... $\frac{6}{3}$

b) $\frac{1}{5}$ .... $\frac{1}{7}$

c) $\frac{12}{4}$ .... $\frac{6}{2}$

d) $\frac{100}{50}$ .... $\frac{60}{30}$

e) $\frac{8}{10}$ .... $\frac{9}{11}$

f) $\frac{10}{15}$ .... $\frac{30}{45}$

Actividad 4: Resolver las siguientes sumas y restas:

a) $\frac{5}{8} + 1 =$

b) $\frac{2}{7} - \frac{1}{4} =$

c) $\frac{5}{9} - \frac{1}{4} + \frac{3}{6} =$

d) $\frac{10}{5} - \frac{3}{15} + 5 =$

e) $\frac{5}{2} + \frac{12}{8} - \frac{6}{4} =$

f) $\left[\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right] + \left(\frac{6}{3} - \frac{2}{9}\right) =$

Actividad 5: Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones:

a) $\frac{7}{3} . \frac{4}{5} =$

b) $\frac{2}{4} : \frac{9}{8} =$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

d) $3 \cdot \frac{2}{9} =$

e) $\frac{2}{3} : \frac{5}{6} =$

f) $2 \cdot \frac{2}{6} : \frac{3}{7} =$

g) $\frac{2}{5} : \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{3} : \frac{2}{5} =$

h) $\frac{1}{2} : \left[\frac{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{6} : \frac{4}{3}\right)\right] : 2 =$

Actividad 6: Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones *simplificando*.

a) $\frac{16}{9} . \frac{27}{12} =$

b) $\frac{25}{4} . \frac{32}{20} =$

c) $\frac{9}{15} : \frac{18}{5} =$

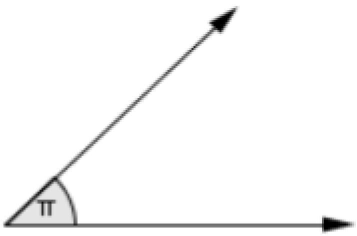
d) $\frac{7}{12} : \left(\frac{10}{6} . \frac{14}{5}\right) =$

Ángulos

Clase N°7:

Clasificación de ángulos

Para nombrar un ángulo vamos a utilizar letras del alfabeto griego.



$\hat{\pi} = 45°$

Algunas letras que utilizaremos	
α	Alfa
β	Beta
γ	Gamma
δ	Delta
ε	Épsilon
μ	Mu
π	Pi
ω	Omega

Los ángulos se clasifican según su **amplitud** (medida) en:

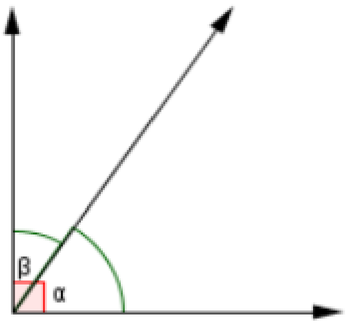
$\hat{\alpha} = 0°$	Ángulo nulo
$0° < \hat{\alpha} < 90°$	Ángulo agudo
$\hat{\alpha} = 90°$	Ángulo recto
$90° < \hat{\alpha} < 180°$	Ángulo obtuso
$\hat{\alpha} = 180°$	Ángulo llano
$\hat{\alpha} = 360°$	Ángulo de un giro

Ángulos Complementarios

Dos ángulos son complementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a 90°.

Ejemplo:

$$\hat{\alpha} = 61° \; y \; \hat{\beta} = 29° \; son \; complementarios \; porque \; \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 61° + 29° = 90°$$

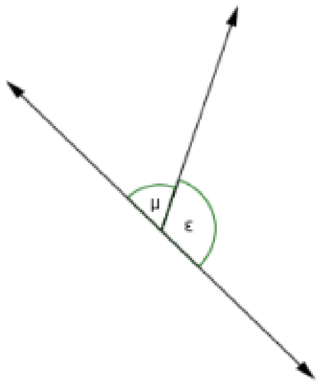


Ángulos Suplementarios

Dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a 180°.

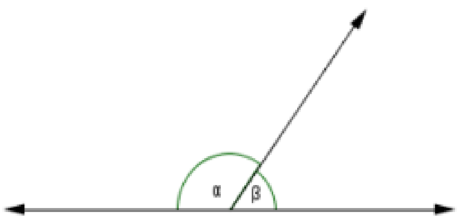
Ejemplo:

$$\hat{\varepsilon} = 100° \; y \; \hat{\mu} = 80° \; son \; suplementarios \; porque \; \hat{\varepsilon} + \hat{\mu} = 100° + 80° = 180°$$



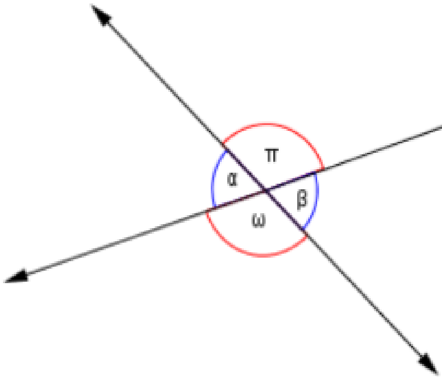
Ángulos Adyacentes

Dos ángulos son adyacentes cuando comparten un lado y los otros dos son semirrectas opuestas. Los ángulos adyacentes son suplementarios. $\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} = 180°$ porque son adyacentes.



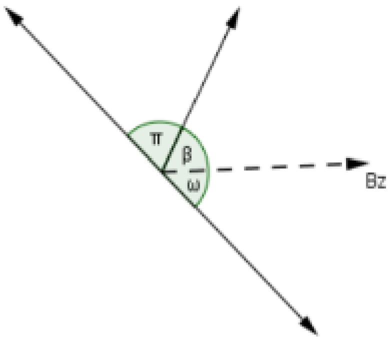
Ángulos Opuestos por el Vértice

Dos ángulos son opuestos por el vértice cuando los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro. Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo. $\widehat{\alpha} = \widehat{\beta}$ y $\widehat{\pi} = \widehat{\omega}$ porque son opuestos por el vértice.



Bisectriz

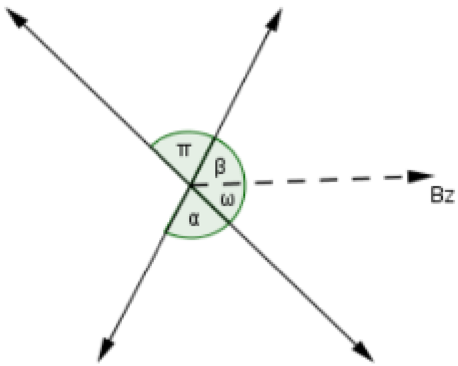
Se llama bisectriz de un ángulo a la semirrecta que divide a dicho ángulo en dos ángulos que miden lo mismo. $\widehat{\beta} = \widehat{\omega}$ porque los divide una bisectriz.



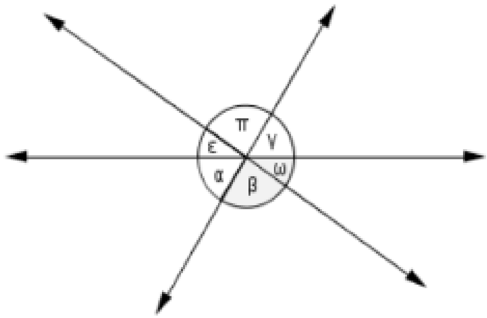
<u>Ejercicios resueltos a modo de ejemplo:</u> Hallar la medida de los ángulos marcados en cada dibujo. Justificar

$Dato: \hat{\beta} = 55°$

- $\hat{\beta} = \hat{\omega}$ porque los divide una bisectriz
  $\hat{\omega} = 55°$
- $\hat{\beta} + \hat{\omega} + \hat{\alpha} = 180°$ porque forman un ángulo llano
  $55° + 55° + \hat{\alpha} = 180°$
  $110° + \hat{\alpha} = 180°$
  $\hat{\alpha} = 180° - 110°$
  $\hat{\alpha} = 70°$
- $\hat{\alpha} = \hat{\pi}$ *porque son ángulos opuestos por el vértice*
  $\hat{\pi} = 70°$

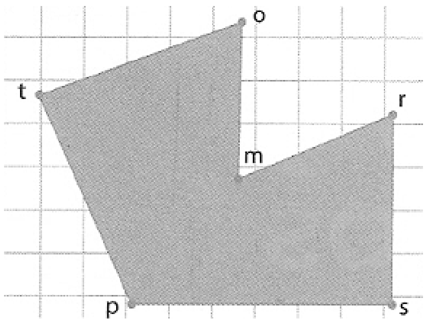


Datos: $\hat{\pi} = 63°$ $\hat{\omega} = 40°$



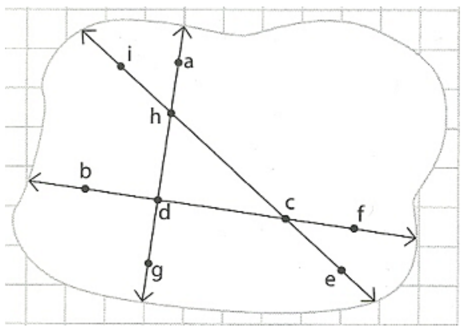
- $\hat{\beta} = \hat{\pi}$ *porque son opuestos por el vértice.*
  $\hat{\beta} = 63°$
- $\hat{\varepsilon} = \hat{\omega}$ *porque son opuestos por el vértice.*
  $\hat{\varepsilon} = 40°$
- $\hat{\gamma} + \hat{\omega} + \hat{\beta} = 180°$ *porque forman un ángulo llano.*
  $\hat{\gamma} + 40° + 63° = 180°$
  $\hat{\gamma} + 103° = 180°$
  $\hat{\gamma} = 180° - 103°$
  $\hat{\gamma} = 77°$
- $\hat{\alpha} = \hat{\gamma}$ *porque son opuestos por el vértice.*
  $\hat{\alpha} = 77°$

<u>Actividad 1:</u> Nombrar y clasificar cada uno de los ángulos de la siguiente figura.



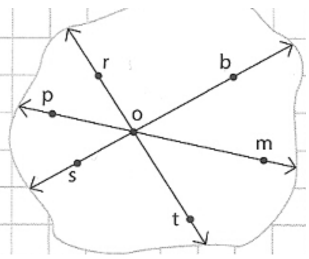
<u>Actividad 2:</u> Observar la figura y nombrar los ángulos pedidos en cada caso.

a) Un ángulo nulo.
b) Tres ángulos agudos
c) Dos ángulos rectos
d) Tres ángulos obtusos
e) Dos ángulos llanos

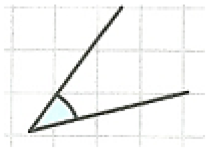


<u>Actividad 3:</u> Clasificar los siguientes ángulos

a) $t\hat{o}m$ →
b) $s\hat{o}b$ →
c) $p\hat{o}p$ →
d) $b\hat{o}t$ →
e) $m\hat{o}r$ →
f) $r\hat{o}s$ →



Actividad 4: Dibuja con verde un ángulo complementario y con rojo uno suplementario al ángulo dado.

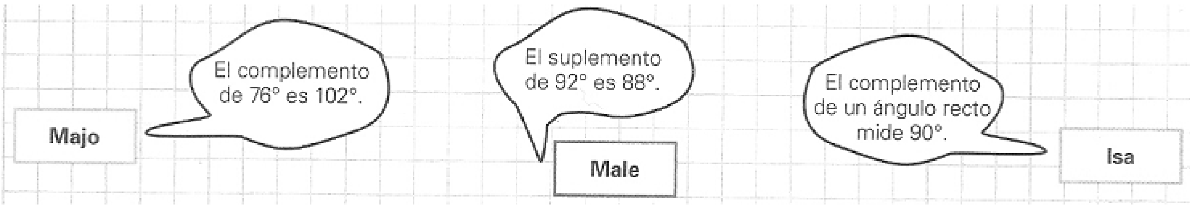


Actividad 5: Completa las tablas.

Alfa	Complemento de Alfa
1°	
56°	
	19°
82°	

Beta	Suplemento de Beta
96°	
108°	
	145°
1°	

Actividad 6: Una de las tres dice la verdad. ¿Quién es? Justifica.

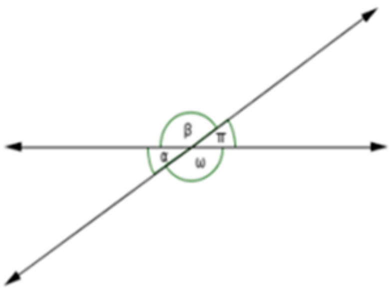


Actividad 7: Completar con la clasificación del ángulo que corresponda en cada caso.

a) El complemento de un ángulo agudo es un ángulo _______________.
b) El suplemento de un ángulo _________________ es un ángulo agudo.
c) El suplemento de un ángulo recto es un ángulo _________________
d) El complemento de un ángulo _________________ es un ángulo nulo.
e) El suplemento de un ángulo _________________ es un ángulo llano.

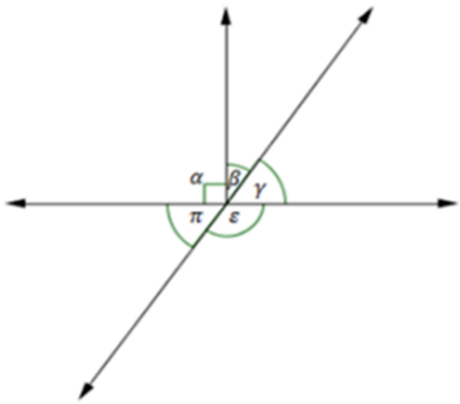
Actividad 8: Hallar la medida de los ángulos marcados en cada uno de los dibujos. Justificar

a)



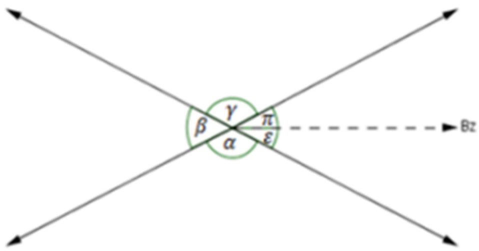
Dato: $\hat{\pi} = 38°$

b)



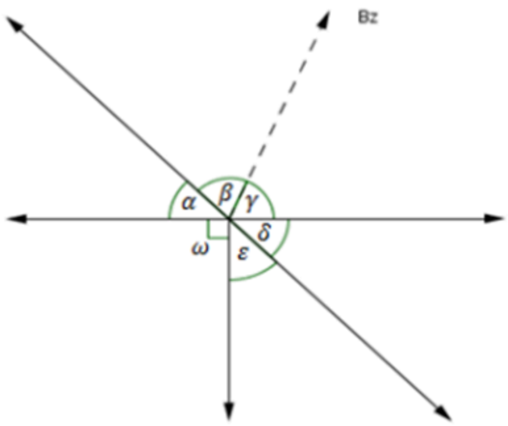
Dato: $\hat{\beta} = 41°$

c)



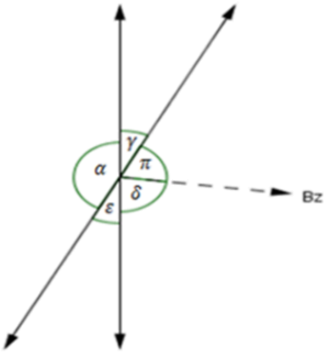
Dato: $\hat{\varepsilon} = 24°$

d)



Dato: $\hat{\gamma} = 65°$

e)



Dato: $\hat{\delta} = 72°$